



<i>Corrigé du concours national commun 2009</i>	<i>Filière : PSI</i>
188 Massira 1A Marrakech Tel 024 34 30 09 Mprepa@menara.ma	Physique I

## Problème I- Optique

### 1 Étude et propriétés des télescopes

#### 1.1 Questions de cours

##### 1.1.1

L'approximation de l'optique géométrique est valable lorsque les dimensions  $d$  des ouvertures considérées sont très grandes devant la longueur d'onde  $\lambda$  ( $d \gg \lambda$ ).

On néglige le phénomène de diffraction.

##### 1.1.2

Un système optique centré est un système qui possède une symétrie de révolution autour d'un axe optique (symétrie cylindrique)

##### 1.1.3

- Approximation de GAUSS : les rayons lumineux sont peu inclinés et peu écartés par rapport à l'axe optique principal (rayons paraxiaux).
- Propriétés : le système optique dans les conditions de GAUSS est stigmatique et aplanétique.

### 1.2 Étude d'un miroir sphérique

#### 1.2.1

Foyer objet  $F$  : c'est le point sur l'axe optique dont l'image par le miroir est à l'infini.

- Position du foyer objet : d'après la relation de conjugaison ( $A \equiv F$ ,  $A' \rightarrow \infty$ ) on a  $\overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2}$

- Foyer image  $F'$  : c'est l'image, par le miroir, d'un point qui est sur l'axe optique à l'infini.

- Position du foyer image : d'après la relation de conjugaison ( $A \rightarrow \infty$ ,  $A' \equiv F'$ ) on a  $\overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$

- La distance focale  $f$  est :  $f = -\frac{R}{2}$

#### 1.2.2

L'angle  $\alpha$  est compté à partir de l'axe  $Cz$ , il est donc négatif

##### 1.2.2.1 Construction géométrique de l'image $A'B'$ :

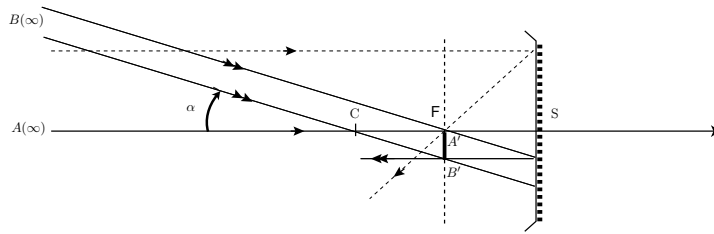


FIG. 1 –

1.2.2.2 • Position de A' :  $A \rightarrow \infty$  sur l'axe, donc  $A' \equiv F'$  soit :  $\overline{SA'} = -\frac{R}{2}$

• Position de B' :  $B \rightarrow \infty$  hors axe, donc B' se trouve dans le plan focal image (en dessous de A' si B est au dessus de l'axe ( $\alpha < 0$ )).

• Dans les conditions de GAUSS ( $\alpha$  faible) on a (schéma 1.2.2.1) :  $\overline{A'B'} = \frac{R}{2} \alpha$

• L'image est réelle et renversée.

1.2.2.3  $\overline{A'B'}$  est proportionnelle à R, donc il faut choisir le rayon R grand pour avoir une grande image.

Application numérique :  $\alpha = 2'' = 2 \times 4,89.10^{-6}$  rad ,  $R = 28,76$  m  $\Rightarrow \overline{A'B'} = 140 \mu\text{m}$

**Remarque** : Dans l'énoncé 1.2.2, B est au dessus de l'axe optique, donc  $\alpha$  doit être négatif!!

1.2.2.4 Pour voir les deux points images A' et B' sur la CCD il faut que  $|\overline{A'B'}| \geq h \Rightarrow \alpha \geq \frac{2h}{R} = \alpha_{\min}$

AN :  $\alpha_{\min} = 0,13''$ .

### 1.3 Étude du télescope Cassegrain

#### 1.3.1

- $A \rightarrow \infty$  donc :  $A_1 \equiv F_1$  (foyer image du miroir  $M_1$ )
- $A_2$  est le foyer du télescope.
- $A_2$  est l'image de  $F_1$  par le miroir  $M_2$  donc :  $\frac{1}{S_2A_2} + \frac{1}{S_2F_1} = \frac{2}{S_2C_2}$

Or :  $\overline{S_2C_2} = -R_2$  et  $\overline{S_2F_1} = \overline{S_2S_1} + \overline{S_1F_1} = d - \frac{R_1}{2}$

soit :

$$\overline{S_2A_2} = \frac{R_2}{2} \frac{R_1 - 2d}{R_2 - R_1 + 2d}$$

• Application numérique :  $\overline{S_2A_2} = 15,05$  m

#### 1.3.2 Construction géométrique

La construction demandée est donnée dans la figure 2

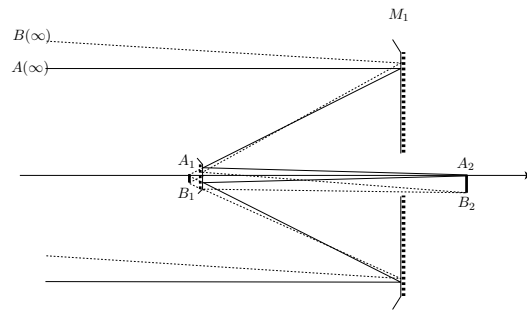


FIG. 2 –

1.3.3

• D'après 1.2.2.2.  $\Rightarrow \overline{A_1 B_1} = \frac{R_1}{2} \alpha$

• puisque  $\gamma = \frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{A_1 B_1}} \Rightarrow \overline{A_2 B_2} = \gamma \frac{R_1}{2} \alpha$

1.3.4

• La focal du télescope est :  $f = \frac{\overline{A_2 B_2}}{\alpha} \Rightarrow f = \gamma \frac{R_1}{2}$

1.3.5

• D'après 1.3.1. on a :  $F' \equiv A_2$ , d'où  $\overline{S_1 F'} = \overline{S_1 A_2} = \overline{S_1 S_2} + \overline{S_2 A_2} \Rightarrow \overline{S_1 F'} = -d + \overline{S_2 A_2}$

• Application numérique :  $\overline{S_1 F'} = 2,65 \text{ m}$

• Le grandissement de  $M_2$  est :  $\gamma = -\frac{\overline{S_2 A_2}}{\overline{S_2 F_1}}$  car  $A_2$  est l'image de  $F_1$  par le miroir  $M_2$ .

Avec :  $\overline{S_2 A_2} = 15,05 \text{ m}$  et  $\overline{S_2 F_1} = \overline{S_2 S_1} + \overline{S_1 F_1} = d - \frac{R_1}{2} = -1,98 \text{ m}$

d'où :  $\gamma = 7,6$

• La focale du télescope est :  $f = 109,3 \text{ m}$

•  $\overline{A_2 B_2} = 1,06 \text{ mm}$

• Conclusion : avec le télescope, l'image finale est plus grande qu'avec un seul miroir (7,6 fois plus grande).

1.3.6

• Pour avoir les deux images  $A_2$  et  $B_2$  sur la matrice CCD il faut que :  $|\overline{A_2 B_2}| \geq h$ , d'où :

$\alpha \geq \frac{2h}{\gamma R_1} = \alpha'_{\min}$

AN :  $\alpha'_{\min} = 8,23 \cdot 10^{-8} \text{ rad} = 0,017''$ .

•  $\alpha'_{\min} < \alpha_{\min}$

• Avec le télescope, on obtient une résolution plus grande.

## 2 Diffraction par une fente

### 2.1

Montage de diffraction de à l'infini (montage à 2 lentilles) :

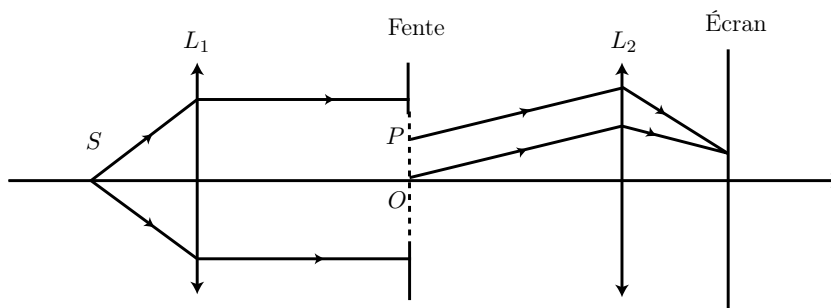


FIG. 3 –

### 2.2 Principe de HUYGENS-FRESNEL

- Les surfaces élémentaires  $d\Sigma$  d'une surface d'onde (d'une source primaire  $S$ ) se comportent comme des sources secondaires d'amplitude proportionnelle à  $d\Sigma$  et à  $\underline{s}_{\text{source}}$
- Les sources secondaires sont cohérentes.

### 2.3

La diffraction à l'infini (de Fraunhofer) est obtenue lorsque :

- la source est à l'infini (rejetée à l'infini par la lentille  $L_1$ )
- l'observation se fait à l'infini ( $L_2$  ramène la figure de diffraction de l'infini à son plan focal image).

**Remarque :** La diffraction de Fraunhofer est obtenue aussi dans un plan conjugué de la source en utilisant une seule lentille.

### 2.4

- La signification de "grande dimension" suivant  $OY$  est :  $b \gg a \gg \lambda$
- Conséquence : on peut négliger la diffraction suivant la direction  $OY$ .

### 2.5

#### 2.5.1

La différence de marche est :

$\delta(M) = (SPM) - (SOM) = nX \sin(\alpha) - nX \sin(\theta)$  (car  $\alpha$  est algébrique, il est négatif sur le schéma).  
Puisque on est dans les conditions de GAUSS ( $\alpha$  et  $\theta$  sont faibles) alors :  $\delta(M) = n(\alpha - \theta)X$ , soit :

$$\delta(M) = n \left( \alpha - \frac{x}{f} \right) X$$

2.5.2

Calcul de l'amplitude  $\underline{A}(M)$  :

$$\begin{aligned} \underline{A}(M) &= \underline{K} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \exp \left[ -j \frac{2\pi}{\lambda_0} n \left( \alpha - \frac{x}{f} \right) X \right] dX \\ &= \underline{K} \frac{\left[ e^{\left[ -j \frac{2\pi}{\lambda_0} n \left( \alpha - \frac{x}{f} \right) X \right]} \right]_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}}{\left[ -j \frac{2\pi}{\lambda_0} n \left( \alpha - \frac{x}{f} \right) \right]} \end{aligned}$$

d'où :

$$\underline{A}(M) = \underline{K} a \operatorname{sinc} \left[ \frac{\pi a}{\lambda_0} n \left( \alpha - \frac{x}{f} \right) \right]$$

2.6

L'intensité lumineuse  $I(M)$  :

- On a :  $I(M) = k \underline{A}(M) \underline{A}^*(M)$ , d'où :

$$I(M) = I(x) = I_0 \left[ \operatorname{sinc} \left( \frac{\pi a}{\lambda_0} n \left( \alpha - \frac{x}{f} \right) \right) \right]^2$$

- Avec  $I_0 = k a^2 |\underline{K}|^2$

**Remarque** : il y a une erreur dans l'énoncé : il y a '-α' au lieu de '+α' dans l'argument de sinc car α est choisi algébrique!

2.7

- Figure de diffraction ( $\alpha < 0$ ) :

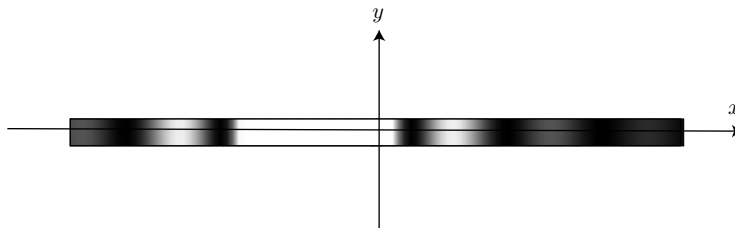


FIG. 4 -

- Caractéristiques :
  - La 'frange' centrale est deux fois plus large que les autres.
  - L'intensité du maxima secondaire est  $0,041 I_0$

2.8

- Allure de la courbe  $I(x)$  ( $\alpha < 0$ ) :
- Caractéristiques :

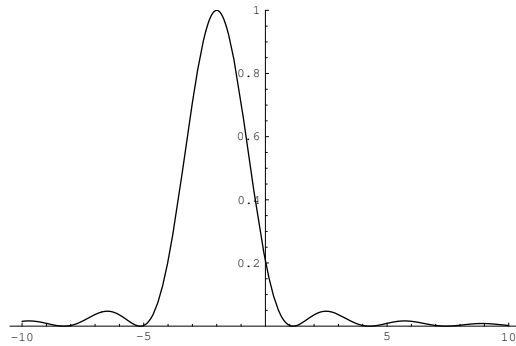


FIG. 5 –

- La 'frange' centrale est deux fois plus large que les autres.
- L'intensité du maxima secondaire est  $0,041I_0$
- L'intensité est maximale pour :  $x_{\max} = \alpha f$
- Conclusion : L'image un point source n'est pas un point mais une tache de diffraction plus large, ce qui limite la résolution du télescope.

### 3 Phénomènes limitant le pouvoir de résolution

#### 3.1

La figure de diffraction à la même symétrie que l'objet diffractant (symétrie circulaire) donc elle est formé d'une tache circulaire entourée d'anneaux.

#### 3.2

##### 3.2.1

La distance entre les deux maxima est  $f\alpha$ . D'après le critère de Rayleigh, les deux taches de diffraction sont séparées si  $f\alpha \geq R_0$ , soit :

$$D_1 \geq 1,22 \frac{\lambda_0}{n\alpha}$$

##### 3.2.2

D'après **3.2.1.**, on déduit :

$$\alpha \geq 1,22 \frac{\lambda_0}{nD_1} = \alpha'_{\min}$$

#### 3.3

Phénomènes limitant le pouvoir de résolution :

- la turbulence atmosphérique qui déforme le front d'onde des ondes lumineuses.
- la diffraction par la pupille d'entrée du télescope.
- les aberrations (géométriques et chromatiques)

La résolution des télescopes est limitée essentiellement par la turbulence atmosphérique.

## 3.4

Méthodes de correction :

- l'optique adaptative permet de corriger les effets de la turbulence atmosphérique
- l'apodisation permet d'atténuer les maxima secondaires de la tache de diffraction.

## 3.5

L'utilisation des télescopes de grands diamètres permet de collecter plus de lumière afin de voir les objets célestes les moins brillants (qui sont assez loins).

## 4 Effet de la turbulence atmosphérique

## 4.1

Dimension de  $C$  :  $[C] = L^3 M^{-1} \equiv \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$

## 4.2

L'équation d'un gaz parfait est  $\rho = \frac{MP}{RT}$ , d'où :

$$n = 1 + C \frac{M}{R} \frac{P}{T}$$

## 4.3

Application numérique :  $C = 2,43 \cdot 10^{-4} \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$

## 4.4

Expression de  $\delta n$  :

On a :  $n = 1 + C \frac{M}{R} \frac{P}{T}$ , d'où :

$$\begin{aligned} dn &= C \frac{M}{R} \left( \frac{dP}{T} + P d \left( \frac{1}{T} \right) \right) \\ &= C \frac{M}{R} \left( \frac{dP}{T} - P \frac{dT}{T^2} \right) \end{aligned}$$

soit :

$$\delta n = C \frac{M}{R} \left( \frac{\delta P}{T} - P \frac{\delta T}{T^2} \right) = (n - 1) \left( \frac{\delta P}{P} - \frac{\delta T}{T} \right)$$

## 4.5

La surface d'onde = une surface où la phase  $\varphi$  d'une onde a la même valeur à un instant donné ( $\varphi = \text{cte}$ ).

4.6

Théorème de MALUS : Les rayons lumineux sont perpendiculaire aux surfaces d'ondes.

4.7

4.7.1

Calcul de la phase  $\varphi(x, z)$  (l'origine :  $\varphi(x, 0) = 0$ ) :

- si  $|x| > \frac{r_0}{2} \Rightarrow \varphi(x, z) = \frac{2\pi n}{\lambda_0} z$

- si  $|x| < \frac{r_0}{2} \Rightarrow \varphi(x, z) = \frac{2\pi(n + \delta n)}{\lambda_0} z$

4.7.2

L'équation de la surface d'onde est  $\varphi = \varphi_0 = cte \Rightarrow z = cte$  :

• si  $0 < z < e$  :

- si  $|x| > \frac{r_0}{2} \Rightarrow z = \frac{\lambda_0}{2\pi n} \varphi_0$

- si  $|x| < \frac{r_0}{2} \Rightarrow z = \frac{\lambda_0}{2\pi(n + \delta n)} \varphi_0$

• si  $z > e$  :

- si  $|x| < \frac{r_0}{2} \Rightarrow z = \frac{\lambda_0}{2\pi n} \varphi_0 - e \frac{\delta n}{n}$

Dans chaque région la surface d'onde est un plan.

4.7.3

Tracé des surfaces d'ondes :

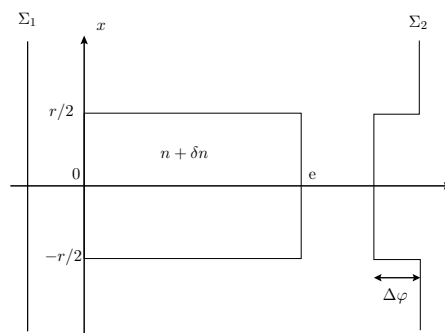


FIG. 6 -

- $\Sigma_1$  une surface d'onde dans la zone  $z < 0$ .
- $\Sigma_2$  une surface d'onde dans la zone  $z > e$  ( $\Delta\varphi = \frac{2\pi e}{\lambda_0} \delta n$ )

4.7.4

• Conclusion : une variation de la température  $T$  et de la pression  $P$  entraîne une variation  $\delta n$  de l'indice de réfraction  $n$  de l'atmosphère et par conséquent, une déformation des surfaces d'onde.

- Pour corriger les effets de la turbulence atmosphérique sur les d'ondes, on utilise des miroirs déformables au rythme de la déformation du front d'onde (c'est l'optique adaptative).

### Problème II-Onduleur

#### 5

Un onduleur est un dispositif d'électronique de puissance permettant de délivrer des tensions et des courants alternatifs à partir d'une source d'énergie électrique continue. C'est la fonction inverse d'un redresseur. L'onduleur est un convertisseur de type continu/alternatif.

Parmi les dispositifs utilisant un onduleur on peut citer :

- Les générateurs d'ultrasons utilisés dans le domaine médical ;
- Les alimentations de secours.

#### 6

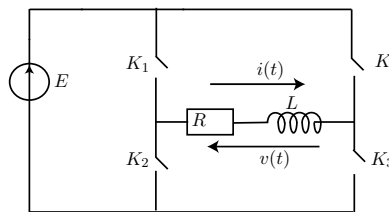


FIG. 7 –

À l'aide de l'additivité des tensions on établit facilement que :

$$nT < t < (n + \frac{1}{2})T \quad v(t) = E$$

$$(n + \frac{1}{2})T < t < (n + 1)T \quad v(t) = -E$$

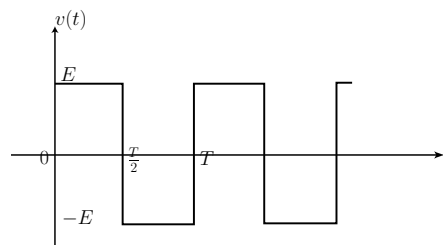


FIG. 8 –

#### 7

l'équation différentielle vérifiée par  $v(t)$  s'écrit :

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

$$\text{Pour } 0 < t < \frac{T}{2} \quad Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = E \quad (1)$$

$$\text{Pour } \frac{T}{2} < t < T \quad Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = -E \quad (2)$$

## 8

### 8.1

Les solutions de ces deux équations différentielles sont respectivement :

$$i_1(t) = \frac{E}{R} + C_1 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

et

$$i_2(t) = -\frac{E}{R} + C_2 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

### 8.2

En régime permanent la période de  $i(t)$  est  $T$ , donc :  $i_1(0) = i_2(T)$ .

La continuité de  $i(t)$  dans la bobine impose :  $i_1\left(\frac{T}{2}\right) = i_2\left(\frac{T}{2}\right)$

Ces deux conditions se traduisent, en posant  $\alpha = \exp\left(-\frac{T}{2\tau}\right)$ , par les équations suivantes :

$$\frac{E}{R} + C_1 = -\frac{E}{R} + \alpha^2 C_2$$

$$\frac{E}{R} + \alpha C_1 = -\frac{E}{R} + \alpha C_2$$

On en déduit alors que :

$$C_2 = \frac{2}{\alpha(\alpha+1)} \frac{E}{R} \text{ et } C_1 = -\frac{2}{\alpha+1} \frac{E}{R}$$

### 8.3

En remplaçant les constantes par leurs valeurs dans les expressions de  $i_1$  et  $i_2$ , il vient :

$$i_1(t) = \frac{E}{R} \left( 1 - \frac{2}{\alpha+1} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right)$$

$$i_2(t) = -\frac{E}{R} \left( 1 - \frac{2}{\alpha+1} \exp\left(-\frac{(t-\frac{T}{2})}{\tau}\right) \right) = -\frac{E}{R} \left( 1 - \frac{2}{\alpha(\alpha+1)} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right)$$

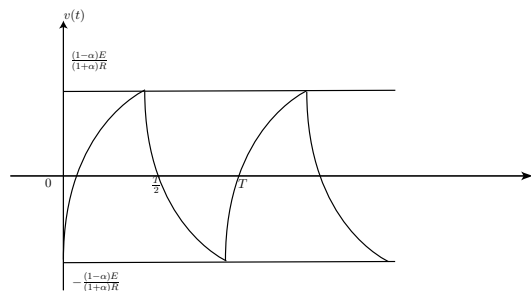


FIG. 9 –

## 9

### 9.1

$v(t)$  est une fonction périodique impaire, qui subit des discontinuités finies, elle est donc décomposable en une série de sinus (théorème de FOURIER).

### 9.2

On peut par exemple réaliser un filtre très sélectif de fréquence centrale variable. De cette façon on peut observer successivement les différentes composantes du signal étudié.

### 9.3

Il est plus facile de répondre à cette question en passant en notation complexe, en effet :

$$v_{2p+1} = c_{2p+1} \exp j(2p+1)wt \quad \text{avec} \quad c_{2p+1} = \frac{4E}{(2p+1)\pi}$$

Donc :

$$i_{2p+1} = \frac{c_{2p+1}}{R + jL(2p+1)w} \exp j(2p+1)wt = \frac{4E}{(2p+1)\pi} \frac{1}{R + jL(2p+1)w} \exp j(2p+1)wt$$

Or :

$$\frac{1}{R + jL(2p+1)w} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + L^2(2p+1)^2w^2}} \exp j\varphi \quad \text{avec} \quad \text{tg}\varphi = -\frac{Lw(2p+1)}{R}$$

Alors :

$$i_{2p+1}(t) = \frac{4E}{(2p+1)\pi} \times \frac{1}{\sqrt{R^2 + L^2(2p+1)^2w^2}} \sin((2p+1)wt + \varphi)$$

### 9.4

La tension aux bornes du dipole, association en série de l'inductance  $L$  et du resistor  $R$ , est un créneau décomposable en série de FOURIER. L'intensité  $i(t)$  qui le traverse est aussi une fonction périodique en régime permanent de même période décomposable en série de FOURIER :

$$i(t) = \sum_{p=0}^{\infty} i_{2p+1}(t) = \sum_{p=0}^{\infty} I_{2p+1} \sin((2p+1)wt + \varphi_{2p+1})$$

Avec

$$I_{2p+1} = \frac{4E}{(2p+1)\pi \sqrt{R^2 + L^2(2p+1)^2w^2}}$$

### 9.5

$$\beta = \frac{I_3}{I_1} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{R^2 + L^2w^2}{R^2 + 9L^2w^2}}$$

Pour  $w = \frac{1}{\tau} = \frac{R}{L}$ , on aura :

$$\beta(w = \frac{1}{\tau} = \frac{R}{L}) = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{R^2 + L^2w^2}{R^2 + 9L^2w^2}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{R^2 + R^2}{R^2 + 9R^2}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{10}} = 0,149 \simeq 0,15$$

L'harmonique 3 de l'intensité est d'amplitude faible devant le fondamental, on peut considérer que l'intensité dans le dipôle est quasi-sinusoidale.

## 10

## 10.1

Il suffit de prendre :

$$\theta = \frac{2}{3w} \frac{\pi}{2} [\pi] = \frac{\pi}{3w} [\pi]$$

Pour  $\theta = \frac{2}{3w} \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3w}$  :

$$\beta' = \frac{b'_5}{b'_1} = \frac{|\cos(\frac{5\pi}{6})|}{5 \cos(\frac{\pi}{6})} \times \sqrt{\frac{R^2 + L^2 w^2}{R^2 + 25L^2 w^2}}$$

Pour  $w = \frac{1}{\tau} = \frac{R}{L}$ , on aura :

$$\beta'(w = \frac{1}{\tau}) = \frac{1}{5} \times \sqrt{\frac{2}{26}} = 0,055$$

Lorsque l'harmonique 3 de l'intensité est nulle et l'amplitude de l'harmonique 5 devient faible devant le fondamental, on peut considérer que l'intensité dans le dipôle est "plus quasi-sinusoïdale" que dans le cas de la question 5.5.

## 10.2

Si on néglige les harmoniques d'ordre supérieure ou égale à 5, l'intensité  $i(t)$  s'écrit pour  $\theta = \frac{\pi}{3w}$  :

$$i(t) = \frac{4E}{\pi} \cos(\frac{\pi}{6}) \times \frac{1}{\sqrt{R^2 + L^2 w^2}} \sin(\omega t - \text{artg}(\frac{Lw}{R}))$$

La puissance reçue par la charge est  $\mathcal{P} = Ri^2 = \frac{16RE^2}{\pi^2} \cos^2(\frac{\pi}{6}) \times \frac{1}{R^2 + L^2 w^2} \sin^2(\omega t - \text{artg}(\frac{Lw}{R}))$   
Sa valeur moyenne est :

$$\mathcal{P}_m = \frac{16RE^2}{2\pi^2} \cos^2(\frac{\pi}{6}) \times \frac{1}{R^2 + L^2 w^2}$$

## 10.3

Application numérique :

$$\mathcal{P}_m = \frac{16 \times 0,02 \times 200^2}{2\pi^2} \times (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 \times \frac{1}{200^2 + \times (0,07 \times 10^{-3})^2 \times (2 \times \pi \times 1000)^2} \simeq 48,6mW$$

Si vous avez des réponses plus élégantes, n'hésitez pas de nous les communiquer aux adresses suivantes :

***lhaghazzaf@yahoo.fr***, ***cpgemaroc@yahoo.fr*** et ***habib\_af@yahoo.fr***